УДК 539.12.01:531.5:524.8; 530.145 ; PACS 02.20.Uw; 02.30.Hq; 03.65.Ge; 03.70.+k; 98.80.−k

МОДЕЛЬ АНТИГРАВИТАЦИИ

Ихлов Б.Л.

Резюме

Переопределено выражение для критической плотности Вселенной. Рассмотрено квазиклассическое приближение уравнения движения двух гравитирующих тел в представлении закона Хаббла как действия антигравитации, проанализированы его решения. Приведены значения плотности энергии Казимира для различных полей, указано, что известные плотности энергии Казимира, а также вакуум полей Хиггса, Линде и Янга-Миллса не могут играть роль космологического вакуума. Определен потенциал космологического вакуума с учетом потенциала вакуума с отрицательной плотностью, входящей в уравнения Фридмана. Выписано условие постоянства плотности космологического вакуума как условие, налагаемое при процедуре регуляризации. Рассмотрены решения для скалярных полей в различных моделях. Введено новое скалярное поле с мнимой массой, вакуум которого мог бы порождать антигравитацию. Показано, что тахионы и частицы с отрицательными массами соответствуют уравнению Дирака. Введена группа симметрии, преобразующая волновые функции в состояния с мнимыми и отрицательными массами.

Ключевые слова: вакуум, плотность, постоянная Хаббла, симметрия

MODEL OF ANTIGRAVITATION

Ikhlov B. L.

Abstract

A new method of deriving the formula of the critical density of the Universe, equalizing gravity and antigravity, is used. A quasi-classical approximation of the equation of motion of two gravitating bodies in the representation of Hubble's law as an action of antigravity is considered, its solutions are analyzed.

In some calculations, the regularized vacuum average of the energy of various fields gives an extremely overestimated value of the cosmological constant, it is shown that these calculations are incorrect.

The values of the Casimir energy density for various fields are given, from which it follows that the known Casimir energy densities, as well as the vacuum of the Higgs, Linde and Yang-Mills fields cannot play the role of a cosmological vacuum. The potential of the cosmological vacuum is determined taking into account the potential of a vacuum with a negative density included in the Friedman equations.

The values of the Casimir energy density for various fields are given, from which it follows that the known Casimir energy densities, as well as the vacuum of the Higgs, Linde and Yang-Mills fields cannot play the role of a cosmological vacuum. The potential of the cosmological vacuum is determined taking into account the potential of a vacuum with a negative density included in the Friedman equations, and its contribution to the evolution of the early Universe is estimated.

Keywords: vacuum, density, Hubble constant, symmetry

Введение

Зельдович связывает критическую плотность во Вселенной с плотностью вакуума, космологическая постоянная отождествляется с энергией вакуума квантовых полей [1]. А. Д. Сахаров предполагал, что упругость вакуума способна остановить коллапс Вселенной [2]. Из общих соображений кажется очевидным, что вакуум Эйнштейна-Глинера имеет не макроскопическую, но квантовополевую природу. Обзор достижений в формулировании квантовой гравитации изложен в [3], однако не раскрыт вопрос о квантовом источнике антигравитации. По версии Глинера разбегание галактик вызвано антигравитацией, которая порождается отрицательной плотностью вакуума [4].

Разбегание галактик представляют как увеличение масштаба линейки, для модели хаотической инфляции это может объяснить ее следствие, что за 10^{-35} сек. размер Вселенной увеличилась от планковской длины 10^{-33} см до $10^{10^{12}}$ см, что на много порядков превышает размер современной Вселенной, то есть, со скоростью, на много порядков больше скорости света.

Полагают также, что Вселенная и в текущее для наблюдателя на Земле время за пределами видимости расширяется со скоростью, большей скорости света. 1) Данная версия расширения Вселенной не коррелирует с моделью Глинера. 2) Увеличение масштаба не может приводит к увеличению размера, поскольку с увеличением масштаба увеличивается и эталон длины, расстояния, измеренные увеличенным эталоном длины, не изменяются. 3) критическая плотность, определяющая расширение или сжатие Вселенной, определяется исключительно из классической динамики. Сближение, туманности Андромеды и Млечного пути противоречит представлению об изменении масштаба.

«Сила» Хаббла»

Связь критической плотности и постоянной Хаббла $H = (8\pi G\rho_c / 3)^{1/2}$ выводится из классического равенства кинетической энергии галактики и потенциальной энергии гравитации, $v^2 = 2GM / R = 8\pi G\rho R^2 / 3 = H^2R^2$. В таком случае сила гравитационного отталкивания в 8 раз отличается от гравитационного притяжения: $F = 8GMm / R^2$. Но в ОТО нет классического закона сохранения энергии, поэтому нет никаких ограничений, чтобы для определения состояния с не увеличивающейся скоростью использовать условие равновесия отталкивающей силы и силы ускоряющей. Тогда исчезает множитель 8, ускорение, придаваемое антигравитацией, запишется в виде

$$a = GM / R^2$$

То есть, антигравитация становится тождественной гравитации, закон Глинера – закону Ньютона, масса – классическому вакууму. При этом критическая плотность увеличивается в 8 раз.

Возникает вопрос о квантово-полевом обосновании «силы Хаббла» $f = mH^2r$.

Отрицательная плотность вакуума

Плотность энергии Казимира для скалярных, спинорных, электромагнитных полей $\varepsilon \sim k / r$ (k – коэффициент пропорциональности, зависит от размерности пространства и геометрии) [5].

В эпоху Λ-доминирования для полей, плотность энергии Казимира которых уменьшается обратно пропорционально радиусу, эта плотность на 17-18 порядков меньше плотности космологического вакуума. Следовательно, эти поля не могут претендовать на роль космологического вакуума как источника антигравитации. Рассмотрим поля Хиггса, Линде и Янга-Миллса.

Лагранжиан минимальной модели Хиггса - $L = T - U, U = -m^2\varphi^+\varphi + \lambda(\varphi^+\varphi)^2$, T – кинетическая энергия, квадратичный член в потенциале описывает самодействие. Рассмотрим лагранжиаан

$$L_{Higgs} = D_\mu \varphi^+ D^\mu \varphi / 2 + m^2 \varphi^+ \varphi / 2 - \lambda (\varphi^+ \varphi)^2 / 4;$$

$D_\mu = \partial_\mu - igT_a A_\mu^a$ - инвариантная производная, где T_a — генератор калибровочной группы, A_μ^a - калибровочные поля, которые должны создавать через хиггсовский механизм массу. В основном состоянии поля возникает конденсат, вакуумное среднее.

Пусть $D \to \partial$. При $m^2 > 0$ лагранжиан соответствует скалярному полю массы m. Вакуумное среднее такого поля $\langle \varphi \rangle = 0$. При $m^2 < 0$ у потенциала – два минимума, $\langle \varphi \rangle = \pm m / \sqrt{\lambda} = \pm u$, экстремум $\varphi = 0$ не соответствует минимуму потенциала. Разложим величину поля вблизи минимума по малым возмущениям, квантовым флуктуациям: $\varphi = u + v$. Тогда лагранжиан флуктуаций будет иметь вид:

$$L_{fluct} = (\partial_\mu v)^2 / 2 - \lambda u^2 v^2 - \lambda u v^3 - \lambda v^4 / 4 + const.$$

Отождествляя слагаемые в полученном лагранжиане и лагранжиане для линейного уравнения Клейна-Гордона-Фока (КГФ) $L_{KG} = \frac{1}{2}(\partial_\mu y)^2 - \frac{1}{2} m^2 y^2$, получим: массу хиггсовской частицы $m_v = \sqrt{2\lambda u^2} = \sqrt{2} m$.

То же – при оставлении в потенциале первых двух членов $U = m^2 \varphi^+ \varphi + \lambda (\varphi^+ \varphi)^2$ для слабого *SU(2)*-дублета: $\varphi^* = (\varphi_1 + i\varphi_1'; \varphi_2 + i\varphi_2') / \sqrt{2}$ с тем же значением для массы [6]. При $m^2 > 0$ решение уравнения КГФ имеет вид суперпозиции плоских волн: $\varphi \sim e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$ и $\langle E^2 \rangle = m^2 + \langle p^2 \rangle$.

Уравнение движения маятника со 2-м и 3-м порядком нелинейности дает ангармонические колебания [7]. Решение нелинейного уравнения Клейна-Гордона-Фока (КГФ) с 3-м и 5-м порядками нелинейности имеет вид стационарного солитона [8]. Уравнение из лагранжиана с $m^2 > 0$ имеет вид:

$$\partial_\mu \partial^\mu \varphi + \omega_0^2 \varphi + \lambda \varphi^3 / 2 = 0 \quad (1)$$

Решение данного уравнения тоже имеет вид солитона - при параметре при 5-й степени в [12] равном нулю и при сведении нелинейности к пространственной части: $\varphi^3 \to |\varphi^2| \varphi$. Если $m^2 < 0$, амплитуда поля становится мнимой, энергия поля – отрицательная.

Можно показать, что стационарное решения уравнения (1) неустойчиво относительно плоских продольных флуктуаций и трехмерных поперечных длинноволновых флуктуаций. С другой стороны, если масса велика, а константа самодействия мала, мнимость массы приводит к тахионному решению, соответственно, если выбрать из решений $\exp[\pm(ii\omega t)]$ физически осмысленные, то к затуханию поля.

Так или иначе, хотя вакуумное среднее поля Хиггса не зависит от координаты, оно больше нуля. Поэтому вакуум поля Хиггса не может служить источником антигравитации.

Простейшее уравнение скалярного поля в модели Албрехта, Стейнхардта, Линде имеет вид:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{2\pi G}{3}} m\varphi, \quad \ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + m^2 \varphi = 0$$

Решение уравнения зависит не только от того, насколько велика постоянная Хаббла, но и какова масса поля. Выпишем уравнение для колебаний с трением

$$\ddot{\varphi} + 2\delta\dot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi = 0$$

При большом трении $\delta > \omega_0$ колебания отсутствуют: $\varphi = e^{-\delta t}(Ae^{\omega_0 t} + Be^{-\omega_0 t})$. Следовательно, при большой постоянной Хаббла скалярное поле порождать частицы не может. Амплитуда поля быстро снижается к нулю, поле перестает играть роль.

Колебательный режим возможен только тогда, когда трение, наоборот, мало: $\omega_0 > \delta$, тогда

$$\varphi \sim e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0),\ \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Но в таком случае спектр поля ограничивается одной частотой (одной частицей).

Реалистические модели элементарных частиц предполагают много сортов скалярных полей. Например, в объединённых теориях слабого, сильного и электромагнитного взаимодействий существует, по крайней мере, два других скалярных поля. В таком случае – две, три частицы.

Если постоянна Хаббла начала уменьшаться, она должна была пройти критическую точку, при $\omega_0 = \delta$ - критическое затухание: $\varphi = e^{-\delta t}(A + Bt)$. В этой точке поле тоже затухает и не может перейти в колебательный режим. В первом случае квадрат собственной частоты может быть отрицательным, как в лагранжиане Хиггса, тогда режим тоже будет колебательным.

Если же и трение отрицательно, то решение определяется характеристическим уравнением, подобным уравнению Фидия, оно совпадает со случаем большого трения, с нарастающей и затухающей частями.

Отметим, что вещество с уравнением состояния $p = -\rho$ является неустойчивым относительно малых возмущений. Квадрат скорости звука в нем отрицателен, поэтому малые возмущения, описываемая экспонентой с мнимым декрементом, либо растут по экспоненте, либо затухают по экспоненте. Растущие возмущения разрушают вещество с отрицательным давлением и прекращают инфляцию.

Если же и трение отрицательно, то решение определяется характеристическим уравнением, подобным уравнению Фидия, оно совпадает со случаем большого трения, с нарастающей и затухающей частями [там же]. Энергия Казимира данного скалярного поля тоже спадает с радиусом.

Аналогично не подходят скалярные поля с трением [9], где частота ω_n выражается через квадрат полинома Эрмита H_n^2, и, поскольку $\int_{-\infty}^{\infty} H_n(x)H_m(x)e^{-x^2/2}dx = \sqrt{2\pi}n!\delta_{nm}$, сумма частот расходится.

Нелинейные уравнения Янга-Миллса на больших расстояниях дают силу, не зависящую от расстояния (потенциал пропорционален расстоянию).

В [10] показано, что киральный предельный вакуумный кварковый конденсат качественно эквивалентен псевдоскалярной постоянной лептонного распада мезона в том смысле, что они оба получены как киральное предельное значение четко определенных калибровочно-инвариантных амплитуд перехода адрон-вакуум. Однако потенциал сильного взаимодействия $V_S = -a/r + br$ не является потенциалом вакуума глюонного поля, глюонный и кварковый конденсаты так же не могут играть роль космологического вакуума.

Антигравитационный потенциал

В перечисленных выше уравнениях для поляризации вакуума различных полей решена задача Дирихле, но во Вселенной нет границ. Кривизна Вселенной положительна $K < 2/R \sim 10^{-26} м^{-1}$ и убывает обратно пропорционально радиусу Вселенной *R*. Данные, полученные в 2018 году обсерваторией «Planck», показывают, что Вселенная замкнута [11]. Однако периодические граничные условия Борна-Кармана $\psi(\vec{r}+n_i\vec{a}_i)=\psi(\vec{r})$ наложить невозможно, т.к. что данные условия могут быть наложены лишь для стационарной Вселенной. Невозможно также сформулировать и задачу Коши. Следовательно, поскольку в эпоху Λ -доминирования постоянная Хаббла и плотность вакуума постоянны, единственным возможным ограничением на решения уравнений КТП является постоянство плотности космологического вакуума. Выпишем в общем виде условие совместимости антигравитации и КТП:

$$\langle 0|T|0\rangle_{reg}=\frac{1}{2}[\sum_0^\infty\left(\partial_\mu\varphi_n^-\partial^\mu\varphi_n^+ +\partial_\mu\varphi_n^-\partial^\mu\varphi_n^+ +\beta(r)\varphi_n^-\varphi_n^+\right)]_{reg}=const(r,R)<0 \quad (2)$$

где φ - скалярное поле, R – радиус Вселенной, появляющийся вследствие нормировки $i\int_0^R\varphi_n*\partial_t\varphi_n dx=1$, β - функция, характеризующая антигравитацию.

Запишем потенциал вакуума в объеме Вселенной в виде:

$$V=\hbar c\sum_i\frac{k_i}{r}-\frac{1}{2}H_0^2r^2 \qquad (3)$$

где H_0 – постоянная Хаббла, суммирование производится по всем типам полей. Второй член в правой части (3) соответствует уравнениям Фридмана, первый – обобщенный потенциал в эффекте Казимира, где константы *k* характеризуют тип поля. Специфика данного потенциала в том, что он не описывается уравнением Пуассона $\nabla^2V\neq-4\pi\rho$, где ρ - плотность поля, в виду того, что в него входит энергия Казимира, во-вторых, нет точечного «заряда», для которого бы $V \sim m/r$, и масса вакуума растет с радиусом. То есть, плотность вакуума содержится в H_0 и она является не зависящим от радиуса вакуумным средним некоего поля.

Допустим, что весь потенциал есть вакуумное среднее. Сконструируем скалярное поле, порождающее второй член в правой части (3) таким образом, чтобы его потенциал был бы пропорционален простейшим образом вакуумному среднему, введем $H=qH_0$, где $q = const$.

Поскольку мы рассматриваем большие расстояния, первый член в (3) можно опустить. Тогда уравнение КГФ для нового скалярного поля запишется по аналогии с уравнением КГФ с внешним полем:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+(m^2-H^2r)\varphi=0$$

Плотность вакуума уже заключена в *H*, поэтому член с m^2 – лишний:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}-H^2r\varphi=0 \qquad (4)$$

Данное уравнение – уравнение с источником, источник – внешний потенциал, его физический смысл – возникновение дополнительной массы вакуума с расширением Вселенной.

Отметим, что уравнение не является релятивистки инвариантным.

Чтобы найти нерелятивистские решения (4) рассмотрим уравнение колебаний поля с массой, растущей прямо пропорционально объему:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}-\alpha\rho^2 r^6\varphi=0\text{, где }\alpha=\frac{16}{9}\pi^2,$$

то есть, данный член играет роль отрицательной жесткости.

Выделим класс решений, в которых $\varphi = g(t)v(r)$ (задача Гурса, [12, с. 172]), $g \sim \exp(\delta t)$.

Тогда $v''-(\alpha r^6+\delta^2)v=0$, решение имеет вид полинома: $v=c_1 r(\frac{\alpha}{72}r^8+1)+c_2(\frac{\alpha}{56}r^8+\frac{\delta^2}{2}r^2+1)$.

Выделим класс решений (4) $\varphi = f(t)u(r)$. В рамках идеологи классической механики система двух тел описывается с помощью силы тяготения и силы отталкивания Хаббла, однако в виду того, что сила Хаббла с расстоянием растет, и сила тяготения падает, колебательный режим не наступает. Кроме того, «жесткость» расталкивающей «пружины» отрицательна. Поэтому вместо гармонических функций – экспоненциальное затухание или нарастание: $f \sim e^{\delta t}$, в зависимости от знака δ. Тогда $u''-(H^2 r+\delta^2)u=0$. Данное уравнение является уравнением Риккати и имеет решение $u=c_1 Ai(\frac{H^2 r-\delta^2}{H^{4/3}})+c_2 Bi(\frac{H^2 r-\delta^2}{H^{4/3}})$, где Ai – функция Эйри, Bi - функции, – отличающаяся по фазе на $\pi/2$ от Ai-функции Эйри, описывающие почти синусоиду с увеличивающейся амплитудой и понижающейся частотой. При $x\to\infty$ функция Ai монотонно убывает по экспоненте, Bi при $x\to\infty$ монотонно растет по экспоненте.

Таким образом, полное решение записывается в виде: $\varphi=(c_1 Ai+c_2 Bi)(c_3 e^{\delta t}+c_4 e^{-\delta t}+c_5)$. Данное решение не может соответствовать квантовому полю, оно не порождает частицы и не имеет основного состояния. Другим классом решений (4) являются гармонические осцилляции $f \sim e^{i\omega t}$, в таком случае решение тоже включает функции Эйри и выражается аналогично: $\varphi=(c_1 Ai+c_2 Bi)(c_3 e^{i\omega t}+c_4)$.

Поскольку на больших расстояниях поле не может спадать по экспоненте, то $c_1 = 0$,

$$\varphi=c_2 Bi(\frac{\delta^2+H^2 r}{H^{4/3}})(c_3 e^{i\omega t}+c_4)$$

Плотность данного скалярного поля при небольших радиусах неоднородна и периодична, на больших расстояниях растет экспоненциально. Поскольку $Bi(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty[\exp(xt-t^3/3)+\sin(xt+t^3/3)]dt$,

интегрирование по частям показывает, что $Bi(\omega,r)\sim\exp(H^{2/3}r)/r$.

Таким образом, потенциал вакуума, появляющийся в уравнениях Фридмана, в модели антигравитации не удовлетворяет условию (2).

В замкнутом объеме вакуумное среднее полей убывает с ростом объема. Масса космологического вакуума, наоборот, растет пропорционально объему Вселенной. В таком случае должна снижаться частота колебаний поля, порождающего космологический вакуум. Этого не происходит, если скалярное поле, ротор которого и спин равны нулю, неким образом содержит вращательную степень свободы.

Уравнение скалярного поля описывает колебания одномерной струны. Вращающейся струне соответствует лагранжиан

$$L = \frac{1}{2}\int_0^l [(\frac{\partial y}{\partial t})^2 - \omega^2 (x^2 - l^2)(\frac{\partial y}{\partial x})^2]dx$$

Откуда уравнение колебаний вращающейся струны:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{W^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}[(x^2 - l^2)\frac{\partial y}{\partial x}] = 0$$

где W - частота вращения, l – длина струны. Пространственная часть решения представляет собой полиномы Лежандра, временная часть – гармоническое осцилляции. Частота колебаний n-ной моды

$$\omega_n = [(2n-1)n]^{1/2} W$$

Т.е. частоты колебаний поля пропорциональны частоте вращения, но не зависят от длины (радиуса Вселенной). При увеличении длины увеличивается натяжение, повышающее частоту, таким образом, суммарно частота остается неизменной.

Можно предположить, что искомое уравнение для скалярного поля имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + qH^2 \frac{\partial}{\partial r}[(r^2 - R^2)\frac{\partial \varphi}{\partial r}] = 0 \qquad (5)$$

где $q = const$. Таким образом, член с qH^2r может соответствовать «силе Хаббла». Таким образом, космологический вакуум можно представить как континуум, вращающихся струн.

Уравнение (5) будет уравнением скалярного поля, если время – мнимое, что соответствует мнимой массе. Нарушения причинности не происходит, т.к. тахионное поле нестабильно. Однако, несмотря на нестабильность, возле максимума потенциала поле приобретает неотрицательную массу и становится стабильным возле минимума потенциала, конденсат скалярного поля чисто мнимой массы – стабилен. Конденсация тахионов приводит физическую систему в стабильное состояние, где не присутствуют физические тахионы. Кроме того, спонтанное нарушение симметрии $SU(2) \times U(1)$ с помощью механизма Хиггса может быть представлено как тахионная конденсация.

Уравнение Дирака также имеет тахионные решения, волновая функция преобразуется с помощью гамма-матрицы: $\psi \to \gamma^2 \psi$. Кроме этого, уравнение содержит решения для частиц с отрицательными массами. Преобразование волновой функции частицы в волновую функцию античастицы осуществляется с помощью зарядового сопряжения и гамма-матрицы: $\psi \to C\gamma^0 \psi$. Перевод античастицы в частицу с отрицательной массой – с помощью γ^1 , соответственно, частицы в частицу с отрицательной массой – с помощью матрицы $\gamma^1 C \gamma^0$.

В продолжение гипотезы Терлецкого о позитонах и негатонах введем оператор M [13], который переводит частицу в тахион, гравитационную массу в антигравитационную:

$$M\Psi(m_g) = \Psi(im_g); M^2\Psi(-m_g) \qquad (1)$$

M – точечная циклическая группа, изоморфная C_4, ее можно представить как сочетание поворотов в изопространстве группы C_2 с группой зеркальных отражений в двух плоскостях симметрии. Возникает четверная группа Клейна C_{2v} , имеющая 4 класса, соответственно, 4 неприводимых представления, которые одномерны, соответственно, энергетические состояния не могут быть вырожденными. Группа

M не является калибровочной, но может быть встроена в симметрию $CPT \to CPTM$. В уравнении для гармонического осциллятора замена знака массы соответствует замене знака энергии, поэтому вопроса о вакууме полей с отрицательной массой не возникает.

Поскольку нарушение *CPT*-симметрии есть нарушение Лоренц-инвариантности, то нарушение Лоренц-инвариантности в искривленном пространстве может быть представлено как симметрия.

Заключение

1) Проблема космологической постоянной возникает вследствие некорректного определения и не требует переоценки в моделях суперсимметричных мембран или гипотезы квинтэссенции с убыванием энергии квантового вакуума с увеличением радиуса Вселенной.

2) Если существует мнимое скалярное поле, содержащее вращательную степень свободы, оно может связать гипотезу антигравитации и КТП. Пока известна лишь одна скалярная частица, кроме связанных кварк-антикварковых состояний – бозон Хиггса.

Литература

1. Зельдович Я. Б. Теория вакуума, быть может, решает загадку космологии. УФН. 1981. Т. 133. С. 479-503.

2. Сахаров А.Д. Вакуумные квантовые флуктуации в искривленном пространстве и теория гравитации // ДАН СССР. 1967. Т. 117 (1). С. 70-71.

3. Фильченков М.Л., Лаптев Ю.П. Квантовая гравитация. М.: URSS, 2020. 304 с.

4. Глинер Э. Б. Вакуумоподобное состояние среды и фридмановская космология // ДАН СССР. 1970. № 192(4). С. 771-774.

5. Мостепаненко В. М., Трунов Н. Я. Эффект Казимира и его приложения // УФН. 1988. Т. 156. Вып. 3. С. 385-426.

6. Хелзен Ф., Мартин А. Кварки и лептоны. Новокузнецк, ИО НКФМИ. 2000. 452 с.

7. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Курс теоретической физики. М.: Физматлит, 1972. Т. 1. С. 111.

8. Жестков С. В., Романенко А. А. Построение и анализ двумерных и трехмерных солитонов уравнения КГ со степенной и насыщающейся нелинейностью // Вестник белорусско-российского ун-та. 2008. №2(19). С. 88-97.

9. Манько В. И., Сафонов С. С. Классическое представление для квантового осциллятора с трением: сравнение моделей с гамильтонианом и с кинетическим уравнением // ТМФ. 1998. №5. С. 25-32.

10. S. J. Brodsky, C. D. Roberts, R. Shrock and P. C. Tandy. Essence of the vacuum quark condensate. Phys. Rev. C82 (2010) 022201 [arXiv:1005.4610]. DOI 10.1103/PhysRevC.82.022201

11. Valentino, Di E., Melchiorri A., Silk J. (2020). Planck evidence for a closed Universe and a possible crisis for cosmology // Nature Astronomy. vol. 4, pp. 196–203. DOI 10.1038/s41550-019-0906-9

12. Бицадзе А. В. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1982. 336 с.

13. Ikhlov B. L. Violation of Lorentz invariance as a symmetry // Proceedings of the International Conference “Scientific research of the SCO countries: synergy and integration”. Part 1. August 4, 2021. Beijing, PRC. P. 147-157. DOI 10.34660/INF.2021.13.42.021

References

1. Zeldovich Ya. B. Theoriya vacuuma, vozmojno, reshaet zagadku cosmologii [The theory of vacuum, perhaps, solves the riddle of cosmology]. UFN - Successes of Physics Sciences, 1981, vol. 133, pp. 479-503. (in Russ.)

2. Sakharov A.D. Vacuumnye quantovye fluctuatsii v iskrivlennom prostranstve I theoriya gravitatsii [Vacuum quantum fluctuations in curved space and the theory of gravity]. *DAN SSSR - Reports of Academy of Sciences of the USSR*, 1967, vol. 117 (1), pp. 70-71. (in Russ.)

3. Filchenkov M. L., Laptev Yu. P. *Quantovaya gravitatsiya* [Quantum gravity]. Moscow: URSS Publ., 2020. 304 p. (in Russ.)

4. Gliner E. B. Vakuumopodobnoe sostoyanie sredi i Fridmanovskaya cosmo;ogiya [Vacuum-like state of the medium and Friedman cosmology]. *DAN USSR - Reports of Academy of Sciences of the USSR*, 1970, no. 192(4), pp. 771-774.

5. Mostepanenko V. M., Trunov N. Ya. Effect Cazimira i ego prilojeniya [The Casimir effect and its applications]. *UFN - Successes of Physics Sciences*, 1988, vol. 156, iss. 3, pp. 385-426. (in Russ.)

6. Helsen F., Martin A. *Qurrki i leptoni* [Quarks and leptons]. Novokuznetsk, IO NKFMI Publ., 2000. 452 p. (in Russ.)

7. Landau L. D., Livshits E. M. *Kurs theoreticheskoi phyziki* [Course of theoretical physics]. Moscow: Fizmatlit Publ., 1972, vol. 1, p. 111.

8. Zhestkov S. V., Romanenko A. A. Postroenie i analiz lvumehnykh I trekhmerhykh solitonov uravneniya KG so stepennoi I nasyschayuscheisya nelineinostyu [Construction and analysis of two-dimensional and three-dimensional solitons of the KG equation with power and saturating nonlinearity]. *Vestnik Byelorussko-rossiiskogo universiteta - Bulletin of the Belarusian-Russian University*, 2008, no. 2(19), pp. 88-97.

9. Manko V. I., Safonov S. S. Classicheskoe predstavlenie dlya quaantovogo osvillyatora s treniem: sravnenie modelei s gamiltonianom i s kineticheskim uravneniem [Classical representations for a quantum oscillator with friction: comparison of models with a Hamiltonian and with a kinetic equation]. *TMF - Theoretical and Mathematical Physics*, 1998, no. 5, pp. 25-32. (in Russ.)

10. S. J. Brodsky, C. D. Roberts, R. Shrock and P. C. Tandy. Essence of the vacuum quark condensate. Phys.Rev. C82 (2010) 022201 [arXiv:1005.4610]. DOI 10.1103/PhysRevC.82.022201

11. Valentino, Di E., Melchiorri A., Silk J. (2020). Planck evidence for a closed Universe and a possible crisis for cosmology // Nature Astronomy. vol. 4, pp. 196–203. DOI 10.1038/s41550-019-0906-9

12. Bitsadze A.V. *Uravneniya mathematicheskoi phiziki* [Equations of Mathematical Physics]. Moscow: Nauka Publ., 1982. 336 p. (in Russ.)

13. Ikhlov B. L. Violation of Lorentz invariance as a symmetry // Proceedings of the International Conference “Scientific research of the SCO countries: synergy and integration”. Part 1. August 4, 2021. Beijing, PRC. P. 147-157. DOI 10.34660/INF.2021.13.42.021